

**LAPORAN AKHIR
PENELITIAN UNGGULAN PERGURUAN TINGGI (P)**



**MODEL PENYEBARAN PENYAKIT MENULAR TIPE *SIR*
DENGAN VAKSINASI MENGGUNAKAN KONTROL OPTIMAL**

Tahun ke 1 dari rencana 2 tahun

Ketua/Anggota Tim

Dr. Trisilowati, M.Sc (0026096305)
Dr. Isnani Darti, M.Si (00161207302)
Sa'adatul Fitri, S.Si, M.Sc (0014088003)

Dibiayai oleh
Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi,
Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, Melalui DIPA Universitas Brawijaya
Nomor : DIPA-023.04.2.414989/2013, Tanggal 5 Desember 2012, dan berdasarkan
SK Rektor Universitas Brawijaya Nomor : 407/SK/2013 tanggal 2 September 2013

**UNIVERSITAS BRAWIJAYA
DESEMBER 2013**

HALAMAN PENGESAHAN

Judul	: Model Penyebaran penyakit Menular Tipe SIR dengan Vaksinasi Menggunakan Kontrol Optimal
Penceliti / Pelaksana	
Nama Lengkap	: Dr. Trisilowati, M.Sc
NIDN	: 0026096305
Jabatan Fungsional	: Lektor Kepala
Program Studi	: Matematika
Nomor HP	: 085785657300
Alamat surel (e-mail)	: trisilowati@ub.ac.id
Anggota (1)	
Nama Lengkap	: Dr. Isnani Danti, M.Si
NIDN	: 0016177302
Perguruan Tinggi	: Universitas Brawijaya
Anggota (2)	
Nama Lengkap	: Sa'adah Fitri, S.Si, M.Si
NIDN	: 0014088003
Perguruan Tinggi	: Universitas Brawijaya
Tahun Pelaksanaan	: Tahun ke 1 dari rencana 2 tahun
Biaya Tahun Berjalan	: Rp. 50.000.000,-
Biaya Keseluruhan	: Rp. 105.000.000,-

Malang, 20 Desember 2013

Ketua,

(Dr. Trisilowati, M.Sc)
NIP. 196309261989032001

(Prof. Dr. Hartono, M.Phil)
NIP. 196211161988031004

Menyetujui,
Ketua LPPM UB

(Prof. Dr. Ir. Seti Chuzaimi, MS)
NIP. 19530514 198002 2 001

ABSTRAK

Penyakit menular seperti difteri merupakan salah satu penyebab kematian yang cukup signifikan pada anak-anak. Salah satu upaya untuk mengendalikan penyebaran penyakit difteri ini adalah dengan vaksinasi, namun pemberian vaksin pada seluruh populasi memerlukan biaya yang cukup mahal, sehingga diperlukan suatu metode yang dapat meminimumkan jumlah populasi yang harus divaksinasi. Pada penelitian ini akan dikonstruksi model penyebaran penyakit menular tipe *SIR* (*susceptibles, infective, susceptibles*) dengan vaksinasi menggunakan kontrol optimal. Pada tahun pertama, penyebaran penyakit menular dimodelkan melalui pendekatan persamaan diferensial nonlinear. Selanjutnya diselidiki kestabilan titik kesetimbangan serta perilaku bifurkasi model. Data penyakit difteri yang diperoleh dari Dinas Kesehatan Jawa Timur dicocokkan pada model. Dari hasil pencocokan terhadap data diperoleh bilangan reproduksi dasar lebih besar dari satu, hal ini menunjukkan bahwa jika populasi *susceptible* tidak segera divaksinasi maka akan mengakibatkan terjadinya epidemi. Berdasarkan hasil analisis sensitivitas, laju transmisi memegang peranan yang sangat penting dalam penyebaran penyakit menular. Untuk mengilustrasikan hasil analisis, dilakukan simulasi model dengan solusi numerik menggunakan perangkat lunak MATLAB.

Kata kunci: Penyakit menular, difteri, model matematika, analisis kestabilan.

ABSTRACT

Infectious disease such as diphtheria is one of the significant causes of death in children. One of the efforts to control the spread of diphtheria disease is by vaccination, but vaccination of the entire population requires a significant financial cost, so we need a method that can minimize the number of population that should be vaccinated. In this research, SIR mathematical model of the spread of infectious disease with vaccination is constructed in the form of nonlinear differential equation. Furthermore, the stability of the equilibrium points and the bifurcation behavior of the model is investigated. Diphtheria cases obtained from East Java Health Office is fitted to the model. From fitting the model to data, it is obtained that the basic reproductive number is greater than one. It means that if the susceptible population is not immediately vaccinated then it can cause an epidemic. Based on sensitivity analysis, it is found that transmission rate plays important role in the spread of the disease. Some numerical solutions are demonstrated using MATLAB to illustrate the analysis results.

Keywords: Infectious disease, diphtheria, model matematika, stability analysis

RINGKASAN

Penyakit menular yang juga dikenal sebagai penyakit infeksi merupakan salah satu penyakit penyebab kematian terutama pada anak-anak. Difteri merupakan salah satu penyakit menular dan organisme dapat terjangkit karena faktor lingkungan, makanan, pola hidup, dan lain sebagainya. Akhir-akhir ini penyakit difteri sempat menggemparkan Indonesia yang mengakibatkan kematian bagi beberapa orang. Beberapa Kabupaten/Kota di Jawa Timur yang terkena wabah penyakit difteri ini antara lain adalah: Sumenep, Bangkalan, Mojokerto, Pasuruan, Probolinggo, Situbondo, Jombang dan Madiun. Sampai Oktober 2012, jumlah penyakit difteri di Jawa Timur mencapai 710 penderita dan 28 diantaranya meninggal dunia. Pada 2011, laju kejadian tertinggi terjadi di kota Malang. World Health Organization pada tahun 2012 melaporkan bahwa terdapat 1.192 kasus difteri di Indonesia dan terus meningkat sejak tiga tahun terakhir. Indonesia menduduki peringkat kedua setelah India dalam jumlah penderita difteri. Uraian di atas menunjukkan bahwa pengendalian penyakit difteri perlu mendapat perhatian dari para peneliti terutama bidang kedokteran dan biologi. Tak kalah pentingnya para matematikawan juga dapat berperan penting dalam upaya membantu memberikan saran/informasi awal kepada pengambil keputusan melalui simulasi dan pemodelan penyebaran penyakit menular.

Salah satu upaya untuk mengendalikan penyebaran penyakit difteri ini adalah dengan vaksinasi, namun pemberian vaksin pada seluruh populasi memerlukan biaya yang cukup mahal. Untuk mengatasi masalah ini diperlukan suatu metode yang dapat meminimumkan jumlah populasi yang harus divaksinasi sehingga dapat menghambat penyebaran penyakit menular.

Tujuan penelitian pada tahun pertama ini adalah untuk mengetahui dinamika model *SIR* agar penyebaran penyakit difteri ini dapat dikendalikan. Pada penelitian ini dikonstruksi model *SIR* dengan vaksinasi. Analisis dinamik dilakukan untuk menentukan titik kesetimbangan model dan mengetahui syarat kestabilan titik kesetimbangan model. Data difteri di Jawa Timur dicocokkan terhadap model dengan meminimumkan fungsi tujuan menggunakan *subroutine fminsearch* pada Matlab.

Dari hasil pencocokan data terhadap model diperoleh bilangan reproduksi dasar lebih besar dari satu, hal ini menunjukkan bahwa jika populasi *susceptible* tidak segera divaksinasi maka akan mengakibatkan terjadinya epidemi. Seberapa besar populasi yang harus divaksinasi untuk meminimumkan biaya vaksin diperlukan suatu metode matematika yang lebih kompleks, salah satu dari metode ini adalah kontrol optimal. Berdasarkan hasil simulasi, laju transmisi memegang peranan yang sangat penting dalam penyebaran penyakit menular.

SUMMARY

Infectious disease which is also known as infectious diseases is one of the leading causes of death, especially in children. Diphtheria is a contagious disease and the organism may be affected by environmental factors, diet and lifestyle. In recent years, diphtheria was appallingly Indonesia that resulted in death for some people. Several regencies/cities in East Java affected by the outbreak of diphtheria include: Sumenep, Bangkalan, Mojokerto, Pasuruan, Probolinggo, Situbondo, Jombang and Madiun. In October 2012, the number of diphtheria cases in East Java reached 710 people and 28 of them died. In 2011, the highest incidence rate occurred in Malang city. The World Health Organization reported that in 2012 there were 1,192 cases of diphtheria in Indonesia and continues to increase since the last three years. Indonesia ranks the second place after India in number of diphtheria cases. The above description indicates that the control of diphtheria disease requires attention from researchers, especially medicine and biology. Mathematicians can also play an important role in the effort to provide initial information to decision makers through simulation and modeling of infectious diseases.

One of the efforts to control the spread of diphtheria disease is by vaccination, but vaccination of the entire population requires a significant financial cost, so we need a method that can minimize the number of population that should be vaccinated.

The purpose of this study is to determine the dynamics of the SIR model to control the spread of diphtheria cases. In this study, SIR model with vaccination is constructed. Dynamical analysis is performed to determine the equilibrium points of the models and the stability of equilibrium points. Diphtheria cases in East Java is fitted to the model by minimizing an objective function using the subroutine `fminsearch` in Matlab.

From fitting differential equation to the data is obtained that the basic reproductive number is greater than one which indicates that if susceptible population is not immediately vaccinated, it will result in an epidemic. How big is the population must be vaccinated to minimize the cost of the vaccine, a more complex mathematical methods is needed. One of these methods is called control optimal. Based on simulation results, transmission rate plays important role in the spread of infectious diseases.

BAB VIII
DAFTAR PUSTAKA

- Borse, G.J., (1997), *Numerical Methods with Matlab*, PWS Publishing Company, Boston.
- Dinkes Jawa Timur (2010), available at http://dinkes.jatimprov.go.id/wordpress/dokumen/1321926974_Profil_Kesehatan_Provinsi_Jawa_Timur_2010.pdf, diakses Oktober,2013.
- Gao, S., Teng, Z., Nieto, J.J., Torres, A., (2007), Analysis of an SIR epidemic model with pulse vaccination and distributed time delay, *Journal of Biomedicine and Biotechnology*, Volume 2007, Article ID 63870.
- Horbelt W., Muller T., Timmer, J., Melzer W. and Winkler K., (2000), Analysis of Nonlinear Differential Equations; Parameter Estimation and Model Selection, *ISMDA-Proceeding Lecture Notes in Computer Sciences 1933*, Springer.
- Joshi, H.M., (2002), Optimal control of an HIV immunology model, *Optim. Control Appl. Methods*, 23, hal. 199-213.
- Kaddar, A. (2010), Stability analysis in a delayed SIR epidemic model with a saturated incidence rate, *Nonlinear Analysis Modelling and Control*, 15(3), hal. 299-306.
- Kar, T.K. dan Batabyal, A., (2011), Stability analysis and optimal control of an SIR epidemic model with vaccination, *Biosystems*, 104, hal. 127-135.
- Kar, T.K. dan Jana, S., (2013), A theoretical study on mathematical modeling of an infectious disease with application of optimal control, *Biosystems*, 111(1), hal. 37-50.
- Keeling, M.J. dan Rohani, P., (2007). *Modeling infectious diseases in humans and animals*, Princeton University Press.
- Kermack, W.O. dan McKendrick, A.G., (1927), A contribution to the mathematical theory of epidemics. *Proceeding Royal Society*, A 115, hal. 700-721.
- Kirschner, D., Lenhart, S. dan Serbin, S., (1997), Optimal control of chemotherapy of HIV, *Journal of Mathematical Biology*, 35, hal. 775-792.

- Marsudi dan Trisilowati, (2009), Kajian Matematis Pengaruh Imigran Terinfeksi dan Vaksinasi dalam Model Epidemik SIS dan SIR. *Fundamental*.
- Shi, H., Duan Z., dan Chen, G., (2008), An SIS model with infective medium on complex networks, *Physica A*, 387, hal. 2133-2144.
- Trisilowati, 2006, Estimasi Parameter pada Model Interaksi Dua Populasi, SP4, Universitas Brawijaya.
- Trisilowati, (2009), Parameter Estimation on Three Species Chain Rule using Multiple Shooting Method, *Proceeding of the Asian Mathematical Conference*, USM, Malaysia.
- WHO, (2013), World Health Organisation, *Programs & Project: Measles*, (http://www.who.int/immunization_monitoring/diseases/measles/en/), diakses tanggal 2 Juni 2013.
- William, H.P., William T.V., Teukolsky, S.A., Flannery, B.P., (1992), *Numerical Recipes in Fortran*, Cambridge University Press, USA.
- Xu, R. dan Ma, Z., (2010), Global stability of a delayed SEIRS epidemic model with saturation incidence rate, *Nonlinear Dynamic*, 61, hal. 229-239.
- Zaman, G., Kang Y.H. dan Jung, I.H., (2008), Stability analysis and optimal vaccination of an SIR epidemic model, *BioSystems*, 93, hal. 240-249.