

**LAPORAN HASIL
PENELITIAN FUNDAMENTAL**



**KAJIAN MATEMATIS PENGARUH IMIGRAN
TERINFEKSI DAN VAKSINASI DALAM MODEL
EPIDEMIK *SIS* DAN *SIR***

Oleh:

Drs. Marsudi, MS.
Dra. Trisilowati, MSc.

Dibiayai Oleh Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi, Departemen Pendidikan Nasional, melalui DIPA Universitas Brawijaya Nomor : 0174.0/023-04.2/XV/2009, tanggal 31 Desember 2008 dan berdasarkan SK Rektor Nomor : 147/SK/2009, tanggal 30 April 2009.

**FAKULTAS MIPA/MATEMATIKA
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
2009**

**HALAMAN PENGESAHAN
LAPORAN HASIL PENELITIAN FUNDAMENTAL**

1. Judul Penelitian : Kajian Matematis Pengaruh Imigran Terinfeksi dan Vaksinasi dalam Model Epidemik *SIS* dan *SIR*
2. Ketua Peneliti
- a. Nama Lengkap dan Gelar : Drs. Marsudi, MS.
 - b. Jenis Kalam : L
 - c. NIP : 19610117 198802 1 002
 - d. Pangkat/Golongan : Pembina Utama Muda/IVc
 - e. Jabatan Fungsional : Lektor Kepala
 - f. Fakultas/Jurusan : MIPA/Matematika
 - g. Perguruan Tinggi : Universitas Brawijaya
 - h. Pusat Penelitian : Lemlit Universitas Brawijaya
3. Jumlah Tim Peneliti : 2 orang
4. Lokasi Penelitian : Lab. Matematika FMIPA UB
5. Kerja Sama dengan Institusi Lain : -
6. Masa Penelitian : 2 tahun
5. Biaya yang Diperlukan :
- a. Biaya Total yang diusulkan : Rp 73.000.000
 - b. Biaya yang disetujui Tahun I : Rp 27.000.000 (Dua puluh tujuh juta rupiah)

Malang, 9 Nopember 2009

Ketua Peneliti,


Drs. Marsudi, MS.
NIP. 196101171988021002

Mengetahui
Dekan Fakultas MIPA



Prof. Dr. Marjono, M. Phil
NIP. 196211161988031004

Menyetujui,
Lembaga Penelitian dan
Pengabdian Kepada Masyarakat
Universitas Brawijaya



Prof. Dr. Ir. Siti Chuzaemi, MS.
NIP. 19630514 198002 2 001

KAJIAN MATEMATIS PENGARUH IMIGRAN TERINFEKSI DAN VAKSINASI DALAM MODEL EPIDEMIK *SIS* DAN *SIR*

Marsudi dan Trisilowati
Jurusan Matematika FMIPA Universitas Brawijaya

ABSTRAK

Penelitian pada tahun pertama ini telah dikaji model epidemik penyakit tipe *SIS* dengan pengaruh program vaksinasi dan imigran terinfeksi dari luar populasi secara analitik (model *SVIS*). Model *SVIS* merupakan model deterministik yang dapat diperoleh dengan menerjemahkan mekanisme penyebaran penyakit yang disajikan dalam bentuk sistem persamaan diferensial nonlinier. Model ini dirumuskan dengan membagi populasi menjadi tiga kelas, yaitu: *Susceptibles* (*S*), *Vaccinated* (*V*) dan *Infectives* (*I*).

Pada model *SVIS* dan ada kematian karena penyakit, terdapat titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik. Titik kesetimbangan bebas penyakit akan stabil asimtotik lokal jika $R_v < 1$ dan titik kesetimbangan endemik akan stabil asimtotik lokal jika $R_v > 1$ di mana R_v adalah angka reproduksi vaksinasi. Keadaan ini juga berlaku jika tidak ada imigran terinfeksi yang masuk dalam model dan terdapat bifurkasi transkritik.

Pada model *SVIS* tanpa kematian karena penyakit, titik kesetimbangan bebas penyakit akan stabil asimtotik lokal jika $R_v < 1$ dan titik kesetimbangan endemik akan stabil asimtotik karena determinan dari matriks Jacobinya positif dan trace dari matriks Jacobinya negatif. Pada model ini terjadi bifurkasi karena terjadi perubahan kestabilan. Keadaan ini juga berlaku jika tidak ada imigrasi dalam model. Jika pemberian vaksinasi efektif, pada titik kesetimbangan endemik terdapat parameter threshold R_0 (angka reproduksi dasar) jika imigran yang terinfeksi mendekati nol. Jika pemberian vaksinasi tidak efektif, titik kesetimbangan bebas penyakit akan stabil asimtotik lokal jika $R_v < 1$ dan ada kestabilan pada kesetimbangan endemik.

Kata kunci: Model *SVIS*, epidemik, titik kesetimbangan, kestabilan dan bifurkasi.

A MATHEMATICAL STUDY OF INFLUENCE OF VACCINATION AND INFECTIVE IMMIGRANTS IN *SIS* AND *SIR* EPIDEMIC MODEL

Marsudi and Trisilowati

Departement of Mathematics, Faculty of MIPA, Brawijaya University

ABSTRACT

The first research have been studied analytically for the *SIS* epidemic model with influence of vaccination program and infective immigrants from outside the population (*SVIS* model). The *SVIS* model represent model of deterministic can be obtained by translating mechanism of spread disease where are representated in system of nonlinear differential equations. This model is formulated by dividing population become three class, that is: *Susceptibles* (*S*), *Vaccinated* (*V*) and *Infectives* (*I*).

In *SVIS* model with disease-related death, there are disease-free and endemic equilibrium. The disease-free equilibrium is locally asymptotically stable if $R_v < 1$ and the endemic equilibrium is locally asymptotically stable if $R_v > 1$ where is vaccination reproductive number. This situation also occur if there is no infective immigration in model and there is transcritical bifurcation.

disease which a potential

In *SVIS* model without disease-related death, the disease-free equilibrium is locally asymptotically stable if $R_v < 1$ and the endemic equilibrium is asymptotically stable because determinant of the Jacobian matrix is positive and this matrix has negative trace. In this model, the bifurcation occurs because there is stability changes. This situation also occur if the absence of immigration in model. In *SVIS* model without disease-related death and the vaccine is effective, the disease-free equilibrium is locally asymptotically stable if $R_v < 1$ and at the endemic equilibrium there is R_0 is threshold parameter (a basic reproduction number) if infective immigrant close to zero. In *SVIS* model without disease-related death and the vaccine is ineffective, the disease-free equilibrium is locally asymptotically stable if $R_v < 1$ and the endemic equilibrium is stable.

Key words: The *SEIR* model, epidemic, the equilibrium point stability and bifurcation

DAFTAR PUSTAKA

- Anderson, R. and May, R. (1991) *Infectious Diseases of Humans: Dynamics and Control*, Oxford University Press, Oxford, UK.
- Brauer, F. and Castillo-Chavez, C. (2001) *Mathematical Models in Population Biology and Epidemiology*, Springer Verlag, New York.
- Brauer, F. and van den Drieeche, P. (2001) *Models for Transmission of Disease with Immigration of Infectives*, *Mathematical Biosciences* 171.
- Corbett, B.D., Moghadas, S.M., and Gumel, A.B. (2002) *Subthreshold Domain of Bistable Equilibria for A Model of HIV Epidemiology*, <http://ijmms.hindawi.com/> tanggal akses 5 Maret 2008.
- Kribs-Zaleta, C.M. and Vekasco-Hernandez, Z.X. (2000) *A Simple Vaccination Model with Multiple Endemic States*, *Mathematical Biosciences* 164.
- Kapur, J. N. (1985) *Mathematical Models in Biology and Medicine*, Affiliated East-West Press, New Delhi.
- Marsudi (2003) *Model Matematika Sederhana Penyebaran Penyakit*, Makalah Seminar Basic Science II, FMIPA Unibraw Malang.
- Marsudi dan Trisilowati (2004) *Model Penyebaran Epidemik dan Penyebaran Spatial (Geografi) Epidemik Demam Berdarah*, *Jurnal Ilmu-Ilmu Hayati (Live Science)*, Vol. 16 Nomor 1, Lemlit Unibraw Malang.
- Marsudi dan Handamari, E.W. (2006) *Model Deterministik dari Dinamika Epidemik Penyakit Infeksius menggunakan Persamaan Diferensial*, Laporan Penelitian, P3M FMIPA Unibraw Malang.
- Marsudi (2006) *Analisis Kestabilan Model Epidemik Penyakit Infeksius*, Makalah Simposium Matematika Analisis dan Aplikasinya, FMIPA ITS.
- Shim, E. (2004) *An Epidemic Model with Immigration of Infectives and Vaccination*, Master Thesis, The University of British Columbia,